

✱

MEO

Magyar Egységes Ontológia
Hungarian Unified Ontology

Estenzionális relációelmélet
Extensional Relation Theory

Szakadát István, Szóts Miklós, Gyepesi György
web: <http://ontologia.hu/meo/docs/therelthe>
NKFP-2/042/04. – 2006. december 28. – v.1.1.

Extenzionális relációelmélet

Extensional Relation Theory

MEO ERT 1.1.

Szintaxis / Syntax :

A RELÁCIÓFOGALOM METANYELVI MEGNEVEZÉSE /
METALANGUAGE BINDING OF THE RELATIONAL CONCEPT

(1) *a metafogalom formulája / formula of the concept*

a nyelvi rétegbe tartozó megnevezések listája, zárójelben a nyelvi kapcsolattal /
natural language expressions of the concept in the language layer

1. Reláció

Relation

ORDERED-PAIR

(2) $\langle a, b \rangle = \langle c, d \rangle \stackrel{def}{\iff} a = b \wedge c = d$
rendezett pár (HUN) – ordered pair (ENG)

R

(3) $\langle a, b \rangle \stackrel{def}{\iff} \{\{a\}, \{a, b\}\}$
reláció (HUN) – relation (ENG) –

ARITY

(4) a relátumok, a reláció argumentumainak száma / number of relata
aritás (HUN) – arity (ENG) – valence (ENG) – adicity (ENG)

UNARY

(5) *arity* = 1
unáris (HUN) – unary (ENG)

BINARY

(6) $arity = 2$

bináris (HUN) – binary (ENG)

N-ARY

(7) $arity = n$

n-áris (HUN) – n-ary (ENG)

DOM

(8) $R \subseteq A \times B \rightarrow Dom(R) = A$

értelmezési tartomány (HUN) – domain (ENG) – Dom (MAT)

RNG

(9) $R \subseteq A \times B \rightarrow Rng(R) = B$

értékkészlet (HUN) – range (ENG) – Rng (MAT)

HETEROGENEOUS

(10) $Dom(R) \neq Rng(R)$

heterogén reláció (HUN) – heterogeneous relation (ENG)

HOMOGENEOUS

(11) $Dom(R) = Rng(R)$

homogén reláció (HUN) – homogeneous relation (ENG)

2. Logikai relációk

Logical relations

$\mathbb{U}$

(12) $\forall x \forall y (R(x, y))$

teljes reláció (HUN) – univerzális reláció (HUN) – universal relation (ENG)

$\emptyset$

(13) $\forall x \forall y (\neg R(x, y))$

üres reláció (HUN) – null reláció (HUN) – empty relation (ENG)

$$(14) \quad \forall x \forall y (R(x, y) \leftrightarrow x = y)$$

azonossági reláció (HUN) – azonosság (HUN) – egység reláció (HUN) – diagonális reláció (HUN) – egyenlőségi reláció (HUN) – egyenlőség (HUN) – identitás reláció (HUN) – identity (ENG) – diagonal (ENG)

$$(15) \quad \forall x \forall y (R(x, y) \leftrightarrow x \neq y)$$

különbözőségi reláció (HUN) – különbözőség (HUN) – egyenlőtlenségi reláció (HUN) – egyenlőtlenség (HUN) – antidiagonális reláció (HUN) – differencia reláció (HUN) – inkompatibilitási reláció (HUN) – diverzitási reláció (HUN) – difference (ENG) – incompatibility relation (ENG) – antidiagonal relation (ENG) – diversity relation (ENG)

3. Relációtípusok, relációtulajdonságok

Relation types, relation properties

REFLEXIVE

$$(16) \quad \forall x (R(x, x))$$

reflexív reláció (HUN) – reflexive relation (ENG)

NON-REFLEXIVE

$$(17) \quad \exists x (\neg R(x, x))$$

nem-reflexív reláció (HUN) – non-reflexive relation (ENG)

IRREFLEXIVE

$$(18) \quad \forall x (\neg R(x, x))$$

irreflexív reláció (HUN) – antireflexív reláció (HUN) – irreflexive relation (ENG) – antireflexive relation (ENG)

LEFT-TOTAL

$$(19) \quad \forall x \exists y (R(x, y))$$

balról totális reláció (HUN) – totális reláció (HUN) – sorozatos reláció (HUN) – szeriális reláció (HUN) – serial relation (ENG) – sorozat (HUN) – left-total relation (ENG) – extendable relation (ENG)

RIGHT-TOTAL

$$(20) \quad \forall y \exists x (R(x, y))$$

jobbról totális reláció (HUN) – right-total relation (ENG)

SECONDARILY_REFLEXIVE

(21) $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow R(y, y))$

másodlagosan reflexív reláció (HUN) – szekunder reflexív reláció (HUN) – secondarily reflexive relation (ENG) – shift reflexive relation (ENG)

INVERSE_SECONDARILY_REFLEXIVE

(22) $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow R(x, x))$

fordítottan másodlagos reflexív reláció (HUN) – feltételesen reflexív reláció (HUN) – conditional reflexive relation (ENG) – inverse secondarily reflexive relation (ENG)

COREFLEXIVE

(23) $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow x = y)$

koreflexív reláció (HUN) – vákumos reláció (HUN) – vacuous relation (ENG) – coreflexive relation (ENG)

SYMMETRIC

(24) $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow R(y, x))$

szimmetrikus reláció (HUN) – symmetric relation (ENG) – SymmetricProperty (OWL)

NON-SYMMETRIC

(25) $\exists x \exists y (R(x, y) \wedge \neg R(y, x))$

nem-szimmetrikus reláció (HUN) – non-symmetric relation (ENG)

ASYMMETRIC

(26) $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow \neg R(y, x))$

aszimmetrikus reláció (HUN) – antiszimmetrikus reláció (HUN) – szigorúan antiszimmetrikus reláció (HUN) – asymmetric relation (ENG) – antisymmetric relation (ENG)

ANTISYMMETRIC

(27) $\forall x \forall y ((R(x, y) \wedge R(y, x)) \rightarrow x = y)$

antiszimmetrikus reláció (HUN) – identitív reláció (HUN) – antisymmetric relation (ENG) – identitive relation (ENG)

CONNEX

(28) $\forall x \forall y (x \neq y \rightarrow (R(x, y) \vee R(y, x)))$

összefüggő reláció (HUN) – konnex reláció (HUN) – connex relation (ENG) – connected relation (ENG) – lineáris reláció (HUN) – összehasonlítható reláció (HUN) – comparable relation (ENG) – teljes reláció (HUN) – complete relation (ENG) – totális reláció (HUN)

STRONGLY-CONNEX

$$(29) \quad \forall x \forall y (R(x, y) \vee R(y, x))$$

erősen összefüggő reláció (HUN) – strongly connex (ENG) – strongly connected (ENG) – teljes reláció (HUN)

WEAKLY-CONNEX

$$(30) \quad \forall x \forall y \forall z (R(x, y) \wedge R(x, z) \rightarrow (y = z \vee R(y, z) \vee R(z, y))).$$

gyengén összefüggő (HUN) – weakly connected relation (ENG) – weakly connex relation (ENG)

DICHOTOMOUS

$$(31) \quad \forall x \forall y (x \neq y \rightarrow ((R(x, y) \wedge \neg R(y, x)) \vee (\neg R(x, y) \wedge R(y, x))))$$

dichotóm reláció (HUN) – összehasonlítható reláció (HUN) – comparable relation (ENG) – totális reláció (HUN) – teljes reláció (HUN) – total relation (ENG) – dichotomous (ENG) – complete (ENG)

TRICHOTOMOUS

$$(32) \quad \forall x \forall y ((R(x, y) \wedge \neg R(y, x) \wedge x \neq y) \vee (\neg R(x, y) \wedge R(y, x) \wedge x \neq y) \vee x = y)$$

trichotóm reláció (HUN) – lineáris reláció (HUN) – trichotomous relation (ENG)

RIGHT-UNIQUE

$$(33) \quad \forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(x, z)) \rightarrow y = z)$$

jobbról egyértelmű reláció (HUN) – funkcionális reláció (HUN) – parciális függvény (HUN) – partial function (ENG) – functional relation (ENG) – right-unique (ENG) – FunctionalProperty (OWL)

LEFT-UNIQUE

$$(34) \quad \forall x \forall y \forall z ((R(x, z) \wedge R(y, z)) \rightarrow x = y)$$

balról egyértelmű reláció (HUN) – inverz-funkcionális reláció (HUN) – inverse functional relation (ENG) – InverseFunctionalProperty (OWL)

NON-RIGHT-UNIQUE

$$(35) \quad \exists x \exists y \exists z ((R(x, y) \wedge R(x, z)) \wedge y \neq z)$$

jobbról nem egyértelmű reláció (HUN) – jobbról többértelmű reláció (HUN) – non-right-unique relation (ENG)

NON-LEFT-UNIQUE

$$(36) \quad \exists x \exists y \exists z ((R(x, z) \wedge R(y, z)) \wedge x \neq y)$$

balról nem egyértelmű reláció (HUN) – balról többértelmű reláció (HUN) – non-left-unique relation (ENG)

TRANSITIVE

$$(37) \quad \forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z))$$

transzitiv reláció (HUN) – transitive relation (ENG)

INTRANSITIVE

$$(38) \quad \forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow \neg R(x, z))$$

intranszitiv reláció (HUN) – atranzitiv reláció (HUN) – antitranszitiv reláció (HUN) – intransitive relation (ENG) – atransitive relation (ENG) – antitransitive relation (ENG) – TransitiveProperty (OWL)

QUASI-TRANSITIVE

$$(39) \quad \forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z) \wedge x \neq z) \rightarrow R(x, z))$$

kvázitranszitiv reláció (HUN) – quasi-transitive relation (ENG)

ALIOTRANSITIVE

$$(40) \quad \forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow (R(x, z) \vee x = z))$$

aliotranszitiv reláció (HUN) – aliotransitive relation (ENG)

NON-TRANSITIVE

$$(41) \quad \exists x \exists y \exists z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \wedge \neg R(x, z))$$

nem-transzitiv reláció (HUN) – atranzitiv reláció (HUN) – intranzitiv reláció (HUN) – non-transitive (ENG) – intransitive relation (ENG) – atransitive relation (ENG)

EUCLIDEAN

$$(42) \quad \forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(x, z)) \rightarrow R(y, z))$$

euklideszi reláció (HUN) – euclidean relation (ENG)

ANEUCLIDEAN

$$(43) \quad \forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(x, z)) \rightarrow (\neg R(y, z) \wedge \neg R(z, y)))$$

aneuklideszi reláció (HUN) – antieuclydean relation (ENG) – aneuclydean relation (ENG) – ineuclydean relation (ENG) – antitransitive relation (ENG)

CATENARY

$$(44) \quad \forall x \forall y \exists z (R(x, y) \rightarrow ((R(y, z) \vee R(z, x)))$$

katenáris reláció (HUN) – láncolt reláció (HUN) – nem bipoláris reláció (HUN) – catenary relation (ENG) – non-bipolar relation (ENG)

ACATENARY

$$(45) \quad \forall x \forall y \forall z (R(x, y) \rightarrow (\neg R(y, z) \wedge \neg R(z, x)))$$

akatenáris reláció (HUN) – nem-láncolt reláció (HUN) – bipoláris reláció (HUN) – non-catenary relation (ENG) – acatenary relation (ENG) – bipolar relation (ENG)

CIRCULAR

$$(46) \quad \forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(z, x))$$

cirkuláris (HUN) – körkörös reláció (HUN) – circular relation (ENG)

ACIRCULAR

$$(47) \quad \forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow \neg R(z, x))$$

acirkuláris (HUN) – nem-körkörös reláció (HUN) – acircular relation (ENG)

CONFLUENT

$$(48) \quad \forall x \forall y \forall w \exists z ((R(x, y) \wedge R(x, w)) \rightarrow (R(y, z) \wedge R(w, z)))$$

konfluens reláció (HUN) – incestuális reláció (HUN) – incestual relation (ENG) – confluent relation (ENG)

ACONFLUENT

$$(49) \quad \forall x \forall y \forall w \exists z ((R(x, y) \wedge R(x, w)) \rightarrow \neg (R(y, z) \wedge R(w, z)))$$

akonfluens reláció (HUN) – anincestuális reláció (HUN) – anincestual relation (ENG) – aconfluent relation (ENG)

4. Relációtulajdonságok összefoglaló táblázata

Summary of relation properties

reflexív	$\forall x(R(x, x))$
irreflexív	$\forall x(\neg R(x, x))$
nem-reflexív	$\exists x(\neg R(x, x))$
balról totális	$\forall x \exists y(R(x, y))$
jobbról totális	$\forall y \exists x(R(x, y))$
másodlagosan reflexív	$\forall x \forall y(R(x, y) \rightarrow R(y, y))$
ford.másodlagosan reflexív	$\forall x \forall y(R(x, y) \rightarrow R(x, x))$
koreflexív	$\forall x \forall y(R(x, y) \rightarrow x \neq y)$
szimmetrikus	$\forall x \forall y(R(x, y) \rightarrow R(y, x))$
aszimmetrikus	$\forall x \forall y(R(x, y) \rightarrow \neg R(y, x))$
antiszimmetrikus	$\forall x \forall y((R(x, y) \wedge R(y, x)) \rightarrow x = y)$
nem-szimmetrikus	$\exists x \exists y(R(x, y) \wedge \neg R(y, x))$
összefüggő	$\forall x \forall y(x \neq y \rightarrow (R(x, y) \vee R(y, x)))$
erősen összefüggő	$\forall x \forall y(R(x, y) \vee R(y, x))$
gyengén összefüggő	$\forall x \forall y \forall z(R(x, y) \wedge R(x, z) \rightarrow (y = z \vee R(y, z) \vee R(z, y)))$
dichotóm	$\forall x \forall y(x \neq y \rightarrow (R(x, y) \wedge \neg R(y, x)) \vee (\neg R(x, y) \wedge R(y, x)))$
trichotóm	$\forall x \forall y(R(x, y) \wedge \neg R(y, x) \wedge x \neq y) \vee (\neg R(x, y) \wedge R(y, x) \wedge x \neq y) \vee x = y$
balról egyértelmű	$\forall x \forall y \forall z((R(x, z) \wedge R(y, z)) \rightarrow x = y)$
jobbról egyértelmű	$\forall x \forall y \forall z((R(x, y) \wedge R(x, z)) \rightarrow y = z)$
transzitiv	$\forall x \forall y \forall z((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(x, z))$
intranszitiv	$\forall x \forall y \forall z((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow \neg R(x, z))$
kvázitranszitiv	$\forall x \forall y \forall z((R(x, y) \wedge R(y, z) \wedge x \neq z) \rightarrow R(x, z))$
aliotranszitiv	$\forall x \forall y \forall z((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow (R(x, z) \vee x = z))$
nem-transzitiv	$\exists x \exists y \exists z((R(x, y) \wedge R(y, z)) \wedge \neg R(x, z))$
cirkuláris	$\forall x \forall y \forall z((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow R(z, x))$
acirkuláris	$\forall x \forall y \forall z((R(x, y) \wedge R(y, z)) \rightarrow \neg R(z, x))$
euklideszi	$\forall x \forall y \forall z((R(x, y) \wedge R(x, z)) \rightarrow R(y, z))$
aneuklideszi	$\forall x \forall y \forall z((R(x, y) \wedge R(x, z)) \rightarrow (\neg R(y, z) \wedge \neg R(z, y)))$
katénáris	$\forall x \forall y \exists z(R(x, y) \rightarrow ((R(y, z) \vee R(z, x)))$
akatenáris	$\forall x \forall y \forall z(R(x, y) \rightarrow (\neg R(y, z) \wedge \neg R(z, x)))$
konfluens	$\forall x \forall y \forall w \exists z((R(x, y) \wedge R(x, w)) \rightarrow (R(y, z) \wedge R(w, z)))$
akonfluens	$\forall x \forall y \forall w \exists z((R(x, y) \wedge R(x, w)) \rightarrow \neg(R(y, z) \wedge R(w, z)))$

5. Összefüggések egyszerű relációk közt

Lemmas between simple relations

$$(50) \quad \textit{asymmetric} \rightarrow \textit{irreflexive}$$

$$(51) \quad \textit{asymmetric} \rightarrow \textit{antisymmetric}$$

$$(52) \quad \textit{intransitive} \rightarrow \textit{irreflexive}$$

$$(53) \quad \textit{symmetric} \wedge \textit{transitive} \wedge \textit{dichotomous} \rightarrow \textit{reflexive}$$

$$(54) \quad \textit{irreflexive} \wedge \textit{transitive} \rightarrow \textit{asymmetric}$$

$$(55) \quad \textit{identity} \rightarrow (\textit{reflexive} \wedge \textit{symmetric} \wedge \textit{antisymmetric} \wedge \textit{transitive})$$

$$(56) \quad \textit{acatenary} \rightarrow (\textit{asymmetric} \wedge \textit{transitive} \wedge \textit{intransitive})$$

$$(57) \quad \textit{left-unique} \rightarrow \textit{intransitive}$$

$$(58) \quad \textit{reflexive} \rightarrow \textit{left-total}$$

$$(59) \quad \textit{reflexive} \rightarrow \textit{secondarily-reflexive}$$

$$(60) \quad \textit{reflexive} \rightarrow \textit{inverse-secondarily-reflexive}$$

$$(61) \quad \textit{euclidean} \rightarrow \textit{secondarily-reflexive}$$

$$(62) \quad \textit{euclidean} \rightarrow \textit{confluent}$$

- (63) $secondarily-reflexive \rightarrow dense$
- (64) $symmetric \rightarrow confluent$
- (65) $(symmetric \rightarrow transitive) \leftrightarrow euclidean$
- (66) $(left-total \wedge (coreflexive \vee secondarily-reflexive)) \rightarrow reflexive$
- (67) $coreflexive \rightarrow symmetric$
- (68) $coreflexive \rightarrow transitive$
- (69) $coreflexive \rightarrow euclidean$
- (70) $coreflexive \rightarrow right-unique$
- (71) $reflexive \wedge right-unique \rightarrow coreflexive$
- (72) $empty \rightarrow coreflexive$
- (73) $intransitive \leftrightarrow \neg reflexive$

6. Összetett relációk

Compound relations

(74) *reflexive* $\wedge$ *symmetric*

tolerancia reláció (HUN) – kompatibilitási reláció (HUN) – hasonlósági reláció (HUN) – compatibility relation (ENG) – similarity relation (ENG) – tolerance relation (ENG)

PARTIAL_EQUIVALENCE

(75) *transitive* $\wedge$ *symmetric*

részleges ekvivalencia reláció (HUN) – partial equivalence relation (ENG) – per (ENG)

EQUIVALENCE

(76) *reflexive* $\wedge$ *symmetric* $\wedge$ *transitive*

ekvivalenciareláció (HUN) – ekvivalencia (HUN) – equivalence (ENG)

COVER

(77) *asymmetric* $\wedge$ *intransitive*

rákövetkezés reláció (HUN) – követés (HUN) – közvetlen követés (HUN) – közvetlen rákövetkezés (HUN) – immediate successor (ENG) – direct successor (ENG) – fedés (HUN) – cover (ENG)

PARTIAL_ORDER

(78) *reflexive* $\wedge$ *antisymmetric* $\wedge$ *transitive*

részben rendezés (HUN) – parciális rendezés (HUN) – részleges rendezés (HUN) – gyenge rendezés (HUN) – gyenge részben rendezés (HUN) – nem szigorú rendezés (HUN) – weak order (ENG) – weak partial order (ENG) – partial order (ENG)

STRICT_ORDER

(79) *irreflexive* $\wedge$ *transitive*

szigorú rendezés (HUN) – szigorú rendezési reláció (HUN) – erős részben rendezés (HUN) – irreflexív rendezés (HUN) – strict order (ENG) – strict weak order (ENG) – strong order (ENG) – strong weak order (ENG)

LINEAR_PARTIAL_ORDER

(80) *reflexive* $\wedge$ *antisymmetric* $\wedge$ *transitive* $\wedge$ *dichotomous*

nem szigorú elrendezés reláció (HUN) – teljes parciális rendezés (HUN) – lineáris parciális rendezés (HUN) – totális parciális rendezés (HUN) – total partial order (ENG) – linear partial order (ENG)

LINEAR_STRICT_ORDER

(81) *irreflexive* $\wedge$ *transitive* $\wedge$ *dichotomous*

szigorú elrendezés (HUN) – teljes szigorú rendezés (HUN) – lineáris szigorú rendezés (HUN) – totális szigorú rendezés (HUN) – total strict order (ENG) – linear strict order (ENG) – total strong order (ENG) – linear strong order (ENG)

PREORDER

(82) *reflexive* $\wedge$ *transitive*

előrendezés (HUN) – kvázirendezés (HUN) – preorder (ENG) – quasi order (ENG)

WEAK_ORDER

(83) *reflexive* $\wedge$ *transitive* $\wedge$ *dichotomous*

gyenge rendezés (HUN) – lineáris előrendezés (HUN) – weak order (ENG) – linear preorder (ENG)

WEAK_PARTIAL_ORDER

(84) *antisymmetric* $\wedge$ *transitive*

gyenge részben rendezés (HUN) – partial order (ENG) – weak partial order (ENG)

LINEAR_WEAK_PARTIAL_ORDER

(85) *antisymmetric* $\wedge$ *transitive* $\wedge$ *dichotomous*

részben elrendezés (HUN) – teljes gyenge részben rendezés (HUN) – total weak partial order (ENG) – linear weak partial order (ENG)

1:1-RELATION

(86) *left-total* $\wedge$ *right-total*

1:1-es reláció (HUN) – bitotális reláció (HUN) – bitotal relation (ENG) 1:1 relation (ENG)

1:N-RELATION

(87) *left-total* $\wedge$ *non-right-total*

1:N-es reláció (HUN) – 1:N-relation (ENG)

N:1-RELATION

(88) *non-left-total* $\wedge$ *right-total*

N:1-es reláció (HUN) – N:1-relation (ENG)

N:M-RELATION

(89) *non-left-total* $\wedge$ *non-right-total*

N:M-es reláció (HUN) – N:M-relation (ENG)

7. Az összetett relációk összefoglaló táblázata

Summary of compound relations

tolerance	$reflexive \wedge symmetric$
partial_equivalence	$transitive \wedge symmetric$
equivalence	$reflexive \wedge symmetric \wedge transitive$
cover	$asymmetric \wedge intransitive$
partial_order	$reflexive \wedge antisymmetric \wedge transitive$
strict_order	$irreflexive \wedge transitive (\wedge asymmetric \wedge antisymmetric)$
linear_partial_order	$reflexive \wedge antisymmetric \wedge transitive \wedge dichotomous$
linear_strict_order	$irreflexive \wedge transitive \wedge dichotomous$
preorder	$reflexive \wedge transitive$
weak_partial_order	$antisymmetric \wedge transitive$
linear_weak_partial_order	$antisymmetric \wedge transitive \wedge dichotomous$
1:1	$left-total \wedge right-total$
1:N	$left-total \wedge \neg right-total$
N:1	$\neg left-total \wedge right-total$
N:M	$\neg left-total \wedge \neg right-total$

	reflexive	irreflexive	asymmetric	antisymmetric	transitive	dichotomous
preorder	*				*	
weak_partial_order				*	*	
partial_order	*			*	*	
strict_order		*	(*)	(*)	*	
weak_order	*				*	*
linear_weak_partial_order	*			*	*	*
linear_partial_order				*	*	*
linear_strict_order		*	(*)	(*)	*	*

	reflexive	irreflexive	symmetric	asymmetric	transitive	intransitive
tolerance	*		*			
partial_equivalence			*		*	
equivalence	*		*		*	
cover				*		*
bipolar (acatenary)				*	*	*

8. Összefüggések összetett relációk között

Lemmas between compound relations

(90) $identity \rightarrow (equivalence \wedge partial\ order)$

(91) $(reflexive \wedge symmetric \wedge transitive) \rightarrow equivalence$

(92) $(left-total \wedge symmetric \wedge transitive) \rightarrow equivalence$

(93) $(left-total \wedge symmetric \wedge euclidean) \rightarrow equivalence$

(94) $difference \rightarrow (irreflexive \wedge symmetric \wedge transitive)$

(95) $equivalence \leftrightarrow (reflexive \wedge circular)$

9. A rendezés tulajdonságai

Order properties

ORDER

(96) $preorder \mid weak\ partial\ order \mid partial\ order \mid strict\ order$

rendezés (HUN) – rendezési reláció (HUN) – order relation (ENG) – ordering (ENG) – $\leq$ (MATH)

ATOM-FREE

(97) $\forall x \exists y (order(y, x) \wedge \neg order(x, y))$

atommentes reláció (HUN) – atom free relation (ENG) – atomless relation (ENG)

ATOMIC

(98) $\forall x \exists y (order(y, x) \wedge \neg \exists z (order(z, y) \wedge \neg order(y, z)))$

atomos reláció (HUN) – atomic relation (ENG) – atomistic relation (ENG)

DENSE

(99) $\forall x \forall y \exists z (order(x, y) \rightarrow (order(x, z) \wedge order(z, y)))$

sűrű reláció (HUN) – gyengén sűrű reláció (HUN) – density relation (ENG) – dense relation (ENG)

HAS_LEAST_ELEMENT

(100) $order \wedge right-total$

legkisebb elemmel rendelkező reláció (HUN) – van legkisebb eleme reláció (HUN) – bottom (ENG) – zero (ENG)

HAS_GREATEST_ELEMENT

(101) $order \wedge left-total$

legnagyobb elemmel rendelkező reláció (HUN) – van legnagyobb eleme reláció (HUN) – top (ENG) – unit (ENG)

HAS_MINIMAL_ELEMENT

(102) $\exists x \forall y (order(y, x) \rightarrow x = y)$

kezdőpontos reláció (HUN) – minimális elemű reláció (HUN) – van minimális eleme reláció (HUN) – has minimal element relation (ENG)

HAS_NO_MINIMAL_ELEMENT

(103) $\forall x \exists y (order(y, x) \wedge x \neq y)$

kezdőpontmentes reláció (HUN) – nem-kezdőpontos reláció (HUN) – nincs minimális eleme reláció (HUN) – has no minimal element relation (ENG)

HAS_MAXIMAL_ELEMENT

(104) $\forall x \exists y (order(y, x) \rightarrow x = y)$

végpontos reláció (HUN) – maximális elemű reláció (HUN) – van maximális eleme reláció (HUN) – has maximal element relation (ENG) –

HAS_NO_MAXIMAL_ELEMENT

(105) $\forall x \exists y (order(x, y) \wedge x \neq y)$

végpontmentes reláció (HUN) – nincs maximális eleme reláció (HUN) – has no maximal element relation (ENG)

HAS_IMMEDIATE_PREDECESSOR

(106) $\forall x (\exists y (order(y, x) \wedge x \neq y) \rightarrow \exists y (order(y, x) \wedge x \neq y \wedge \forall z (order(z, x) \rightarrow z = x \vee order(z, y))))$

van közvetlen megelőző eleme reláció (HUN) – has immediate predecessor relation (ENG)

HAS_IMMEDIATE_SUCCESSOR

(107) $\forall x (\exists y (order(x, y) \wedge x \neq y) \rightarrow \exists y (order(x, y) \wedge x \neq y \wedge \forall z (order(x, z) \rightarrow z = x \vee order(y, z))))$

van közvetlen rákövetkező eleme reláció (HUN) – has immediate successor relation (ENG)

CONVERGENT

(108) $\forall x \forall y \exists z (x \neq y \rightarrow (order(x, z) \wedge order(y, z)))$
konvergens reláció (HUN) – convergent relation (ENG)

STRONGLY_CONVERGENT

(109) $\forall x \forall y \exists z (order(x, z) \wedge order(y, z))$
erősen konvergens reláció (HUN) – strongly convergent relation (ENG)

NON-CONVERGENT

(110) $\forall x \forall y \forall z ((order(x, z) \wedge order(y, z) \wedge y \neq z) \rightarrow (order(x, y) \vee order(y, x)))$
nem-konvergens reláció (HUN) – non-convergent relation (ENG)

NON-DIVERGENT

(111) $\forall x \forall y \forall z ((order(x, y) \wedge order(x, z) \wedge y \neq z) \rightarrow (order(y, z) \vee order(z, y)))$
nem divergens reláció (HUN) – non-divergent relation (ENG)

10. A rendezés tulajdonságainak összefoglaló táblázata

Summary of order properties

atom-free	$\forall x \exists y (R(y, x) \wedge \neg R(x, y))$
kezdőpontmentes	$\forall x \exists y (R(y, x) \wedge x \neq y)$
kezdőpontos	$\exists x \forall y (R(y, x) \rightarrow x = y)$
végpontmentes	$\forall x \exists y (R(x, y) \wedge x \neq y)$
végpontos	$\forall x \exists y (R(y, x) \rightarrow x = y)$
atomic	$\forall x \exists y (R(y, x) \wedge \neg \exists z (R(z, y) \wedge \neg R(y, z)))$
dense	$\forall x \forall y \exists z (R(x, y) \rightarrow (R(x, z) \wedge R(z, y)))$
convergent	$\forall x \forall y \exists z (x \neq y \rightarrow (R(x, z) \wedge R(y, z)))$
strongly_convergent	$\forall x \forall y \exists z (R(x, z) \wedge R(y, z))$
non-convergent	$\forall x \forall y \forall z ((R(x, z) \wedge R(y, z) \wedge y \neq z) \rightarrow (R(x, y) \vee R(y, x)))$
non-divergent	$\forall x \forall y \forall z ((R(x, y) \wedge R(x, z) \wedge y \neq z) \rightarrow (R(y, z) \vee R(z, y)))$
van közv. előzője	$\forall x (\exists y (R(y, x) \wedge x \neq y) \rightarrow \exists y (R(y, x) \wedge x \neq y \wedge \forall z (R(z, x) \rightarrow z = x \vee R(z, y))))$
van közv. ráköv.	$\forall x (\exists y (R(x, y) \wedge x \neq y) \rightarrow \exists y (R(x, y) \wedge x \neq y \wedge \forall z (R(x, z) \rightarrow z = x \vee R(y, z))))$

11. Sorozat, függvény, művelet

Series, function, operation

FUNCTION

(112) *left-total* $\wedge$ *right-unique*
függvény (HUN) – leképezés (HUN) – function (ENG)

INVERSE_FUNCTION

(113) $right-total \wedge left-unique$

inverz függvény (HUN) – inverz leképezés (HUN) – inverse function (ENG)

BIUNIQUE

(114) $left-unique \wedge right-unique$

egy-egyértelmű függvény (HUN) – egy-egyértelmű reláció (HUN) – biunique relation (ENG) – unique relation (ENG)

BITOTAL

(115) $left-total \wedge right-total$

bitotális függvény (HUN) – 1:1-es reláció (HUN) – bitotal function (ENG) – bitotal relation (ENG) – 1-1 relation (ENG)

INJECTIVE

(116) $function \wedge left-unique$

injektív függvény (HUN) – egyrétű függvény (HUN) – injective function (ENG)

SURJECTIVE

(117) $function \wedge right-total$

szürjektív függvény (HUN) – ráképzés (HUN) – szuperjektív függvény (HUN) – lefedő függvény (HUN) – surjective function (ENG)

BIJECTIVE

(118) $injective \wedge surjective$

bijektív függvény (HUN) – egyrétűen lefedő függvény (HUN) – bijective function (ENG)

SERIES

(119) $function \wedge (Dom = \mathbb{N})$

sorozat (HUN) – series (ENG)

OPERATION

(120) $function \wedge (Dom = Rng)$

művelet (HUN) – operáció (HUN) – belső összekapcsolás (HUN) – operation (ENG)

	left-unique	right-unique	left-total	right-total
biunique	*	*		
bitotal			*	*
inverse_function	*			*
function		*	*	
1?	*		*	
2?		*		*
3?	*		*	*
4?	*	*		*
surjective		*	*	*
injective	*	*	*	
bijjective	*	*	*	*

12. Művelettulajdonságok

Operation properties

ASSOCIATIVE

$$(121) \quad \forall x \forall y \forall z (x \otimes (y \otimes z) = (x \otimes y) \otimes z)$$

asszociatív művelet (HUN) – társítható művelet (HUN) – associative operation (ENG)

COMMUTATIVE

$$(122) \quad \forall x \forall y (x \otimes y = y \otimes x)$$

kommutatív művelet (HUN) – felcserélhető művelet (HUN) – commutative operation (ENG)

DISTRIBUTIVE

$$(123a) \quad \forall x \forall y \forall z ((x \oplus (y \otimes z)) = (x \oplus y) \otimes (x \oplus z))$$

$$(123b) \quad \forall x \forall y \forall z ((y \otimes z) \oplus x = (y \oplus x) \otimes (z \oplus x))$$

disztributív művelet (HUN) – szétsztható művelet (HUN) – széttagolható művelet (HUN) – distributive operation (ENG)

IDEMPOTENT

$$(124) \quad \forall x (x \otimes x = x)$$

idempotens művelet (HUN) – önhatványozó (HUN) – azonos hatványú (HUN) – idempotent operation (ENG)

ABSORPTIVE

$$(125a) \quad \forall x \forall y (x \otimes (x \oplus y) = x)$$

$$(125b) \quad \forall x \forall y (x \oplus (x \otimes y) = x)$$

abszorbtív művelet (HUN) – elnyelő művelet (HUN) – adjunktív művelet (HUN) – absorptive operation (ENG)

13. Művelettulajdonságok összefoglaló táblázata

Summary of properties of operation

$\otimes$ kommutatív	$x \otimes y = y \otimes x$
$\otimes$ asszociatív	$(x \otimes y) \otimes z = y \otimes (x \otimes z)$
$\otimes$ idempotens	$x \otimes x = x$
$\otimes$ komplementer eleme	$x \otimes x^{-c} = \emptyset$
$\otimes$ egységeleme	$x \otimes \mathbb{E} = x$
$\otimes$ neutrális eleme	$x \otimes \emptyset = \emptyset$
$\otimes$ disztributív $\oplus$ -ra nézve	$(x \oplus y) \otimes z = (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$
$\oplus$ kommutatív	$x \oplus y = y \oplus x$
$\oplus$ asszociatív	$(x \oplus y) \oplus z = y \oplus (x \oplus z)$
$\oplus$ idempotens	$x \oplus x = x$
$\oplus$ komplementer eleme	$x \oplus x^{-c} = \emptyset$
$\oplus$ egységeleme	$x \oplus \mathbb{E} = x$
$\oplus$ neutrális eleme	$x \oplus \emptyset = \emptyset$
$\oplus$ disztributív $\otimes$ -ra nézve	$(x \otimes y) \oplus z = (x \oplus z) \otimes (y \oplus z)$

14. Relációműveletek

Relational operations

–1

$$(126) \quad \forall x \forall y (R^{-1}(x, y) \leftrightarrow R(y, x))$$

relációinvertálás művelet (HUN) – inverzképzés (HUN) – relation conversion operation (ENG) – relation converse operation (ENG) – relation inverse operation (ENG) – inverseOf (OWL)

–c

$$(127) \quad \forall x \forall y (R^{-c}(x, y) \leftrightarrow \neg R(x, y))$$

relációkomplementálás (HUN) – relation complementation (ENG) – complementOf (OWL)

$\times$

$$(128) \quad \forall x \forall y (R \times Q(x, y) \leftrightarrow (R(x, y) \wedge Q(x, y)))$$

relációmetszés (HUN) – relation intersection (ENG)

+

$$(129) \quad \forall x \forall y (R + Q(x, y) \leftrightarrow (R(x, y) \vee Q(x, y)))$$

relációegyesítés (HUN) – relációúnió (HUN) – relációegyesítés (HUN) – relation union (ENG)

✱

$$(130) \quad \forall x \forall y (R \ast Q(x, y)) \leftrightarrow (R(x, z) \wedge Q(z, y))$$

relációszorzás (HUN) – relatív szorzat (HUN) – kompozíció (HUN) – multiplikáció (HUN) – relációkompozíció (HUN) – relation product (ENG) relative multiplication (ENG) – relative product (ENG) – composition (ENG)

†

$$(131) \quad \forall x \forall y (R \dagger Q(x, y)) \leftrightarrow (R(x, z) \vee Q(z, y))$$

relációösszeadás (HUN) – összeadás (HUN) – relatív összeadás (HUN) – relative addition (ENG) – relative sum (ENG)

15. A relációműveletek összefoglaló táblázata

Summary of relational operations

alaprelációk:

$\mathbb{U}$	teljes reláció
$\emptyset$	üres reláció
$\mathbb{I}$	azonosság reláció
$\mathbb{D}$	difference reláció

unáris műveletek:

$-^c$	relációkomplementálás
-1	relációinvertálás

bináris műveletek:

$\ast$	relációszorzás
$\dagger$	relációösszeadás
$\times$	relációmetszés
$+$	relációegyesítés

unáris művelettel kapott relációk:

R^{-c}	relációkomplementum
R^{-1}	relációinverz

bináris művelettel kapott relációk:

$R \ast Q$	relációszorzat
$R \dagger Q$	relációösszeg
$R \times Q$	relációmetszet
$R + Q$	relációegyesület

16. Lemmák: műveletek közti összefüggések

Lemmas between operations

$$(132) \quad \forall x \forall y (R \times Q = (R^{-c} + Q^{-c})^{-c})$$

$$(133) \quad \forall x \forall y (R + Q = (R^{-c} \times Q^{-c})^{-c})$$

$$(134) \quad \forall x \forall y (R \dagger Q = (R^{-c} * Q^{-c})^{-c})$$

$$(135) \quad \forall x \forall y (R * Q = (R^{-c} \dagger Q^{-c})^{-c})$$

17. Relációalgebra, relációkalkulus

Relation algebra, relation calculus

$$(136) \quad (R = P \wedge R = Q) \rightarrow P = Q$$

$$(137) \quad R = P \rightarrow (R + Q = P + Q \wedge R \times Q = P \times Q)$$

$$(138) \quad R + Q = Q + R \wedge R \times Q = Q \times R$$

$$(139) \quad (R + P) \times Q = R \times Q + P \times Q \wedge (R \times P) + Q = (R + Q) \times (P + Q)$$

$$(140) \quad (R + \emptyset = R) \wedge (R \times \mathbb{U} = R)$$

$$(141) \quad (R + R^{-c} = \mathbb{U}) \wedge (R \times R^{-c} = \emptyset)$$

$$(142a) \quad \neg(\mathbb{U} = \emptyset)$$

$$(142b) \quad \mathbb{U} = \neg \emptyset$$

$$(143) \quad (R^{-1})^{-1} = R$$

$$(144) \quad (R * Q)^{-1} = R^{-1} * Q^{-1}$$

$$(145) \quad R * (P * Q) = (R * P) * Q$$

$$(146) \quad R * \mathbb{I} = R$$

$$(147a) \quad R * \mathbb{U} = \mathbb{U}$$

$$(147b) \quad \mathbb{U} * R^{-c} = \mathbb{U}$$

$$(148) \quad ((R * P) \times Q^{-1} = \emptyset) \rightarrow ((P * Q) \times R^{-1} = \emptyset)$$

$$(149) \quad \mathbb{D} = \mathbb{I}^{-c}$$

$$(150) \quad R \dagger Q = (R^{-c} * Q^{-c})^{-c}$$

18. Relációkalkulus összefoglaló táblázata

Summary of relation calculus

- (1) $(R = P \wedge R = Q) \rightarrow P = Q$
- (2) $R = P \rightarrow (R + Q = P + Q \wedge R \times Q = P \times Q)$
- (3) $R + Q = Q + R \wedge R \times Q = Q \times R$
- (4) $(R + P) \times Q = R \times Q + P \times Q \wedge (R \times P) + Q = (R + Q) \times (P + Q)$
- (5) $R + \emptyset = R \wedge R \times \mathbb{U} = R$
- (6) $(R + R^{-c} = \mathbb{U}) \wedge (R \times R^{-c} = \emptyset)$
- (7a) $\neg(\mathbb{U} = \emptyset)$
- (7b) $\mathbb{U} = \neg \emptyset$
- (8) $(R^{-1})^{-1} = R$
- (9) $(R * Q)^{-1} = R^{-1} * Q^{-1}$
- (10) $R * (P * Q) = (R * P) * Q$
- (11) $R * \mathbb{I} = R$
- (12a) $R * \mathbb{U} = \mathbb{U}$
- (12b) $\mathbb{U} * R^{-c} = \mathbb{U}$
- (13) $((R * P) \times Q^{-1} = \emptyset) \rightarrow ((P * Q) \times R^{-1} = \emptyset)$
- (14) $\mathbb{D} = \mathbb{I}^{-c}$
- (15) $R \dagger Q = (R^{-c} * Q^{-c})^{-c}$