Relációs mikroelméletek

1. Partitív reláció

A partitív reláció mikroelméletéhez lásd: [10].
Három formula az extenzionális relációelméletből (ERT)

(1) $\forall x(P(x,x))-$ reflexive (ERT:16)

(2) $\forall x \forall y(P(x,y) \wedge P(y,x) \rightarrow x = y)-$ antisymmetric (ERT:27)

(3) $\forall x \forall y \forall z(P(x,y) \wedge P(y,z) \rightarrow P(x,z))-$ transitive (ERT:37)

A következő lépésben a P relációval néhány új mereológiai relációt definiálunk, majd az újakkal még újabbakat hozunk létre:

PP

---

(4) $\forall x \forall y(P(x,y) \wedge \neg P(y,x))$

valódi része (HUN) – proper-part (ENG)

O

---

(5) $\forall x \forall y \exists z(P(z,x) \wedge P(z,y))$

átfedése (HUN) – overlap (ENG)

U

---

(6) $\forall x \forall y \exists z(P(x,z) \wedge P(y,z))$

kívüllevősége (HUN) – underlap (ENG)

OX

---

(7) $\forall x \forall y(O(x,y) \wedge \neg P(x,y))$

részhatáros átfedése (HUN) – over-crossing (ENG)

UX

(8) $\forall x \forall y(U(x,y) \wedge \neg P(x,y))$

részhatáros kívüllevősége (HUN) – under-crossing (ENG)

PO

(9) $\forall x \forall y(OX(x,y) \wedge OX(y,x))$

valódi lefedése (HUN) – proper-overlap (ENG)

PU

(10) $\forall x \forall y(UX(x,y) \wedge UX(y,x))$

valódi kívüllevősége (HUN) – proper-underlap (ENG)

A része, átfedése és kívüllevősége relációk segítségével először meghatározhatjuk a kiterjeszthetőség (erős) elvét (11), majd a (12)–(14) mereológiai axiómák elfogadásával definiálhatjuk a zárt (extenzionális) mereológia elméletét:

SSP

(11) $\forall x \forall y(\neg P(x,y) \rightarrow \exists z(P(z,x) \wedge \neg O(z,y)))$

erős kiterjeszthetőség elve (HUN) – strong supplementation principle (ENG)

A1

(12) $\forall x \forall y(U(x,y) \rightarrow \exists z \forall w(O(w,z) \leftrightarrow (O(w,x) \vee O(w,y))))$

mereológia axióma (HUN) – mereological axiom (ENG)

A2

(13) $\forall x \forall y(O(x,y) \rightarrow \exists z \forall w(P(w,z) \leftrightarrow P(w,x) \wedge P(w,y))))$

mereológiai axióma (HUN) – mereological axiom (ENG)

A3

(14) $\forall x \forall y \exists z((P(z,x) \wedge \neg O(z,y)) \rightarrow \exists z \forall w(P(w,z) \leftrightarrow (P(w,x) \wedge \neg O(w,y))))$

mereológiai axióma (HUN) – mereological axiom (ENG)

További axiómák felvételével egyrészt definiálhatjuk az általános (extenzionális) mereológia elméletét (15), másrészt meghatározhatjuk az atomos (16), illetve atommentes mereológiákat (17):

GEM

(15) $\exists x \phi \rightarrow \exists z \forall y(O(y,z) \leftrightarrow \exists x(\phi \wedge O(y,x))$

általános (extenzionális) mereológia (HUN) – general extensional mereological theory (ENG)

ATOMISTIC

(16) $\forall x \exists y(P(y,x) \wedge \neg \exists z PP(z,y))$– atomic (ERT:95)

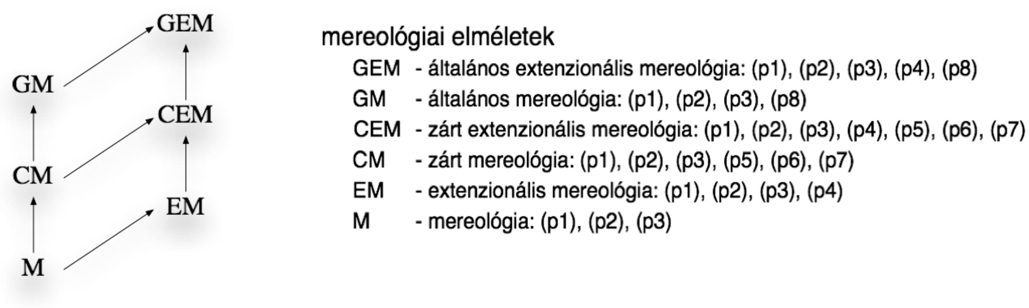
atomos mereológiai elmélet (HUN) – atomistic mereological theory(ENG)

ATOMLESS

(17) $\forall x \exists y(PP(y,x))$– atom-free (ERT:94)

atom nélküli mereológiai elmélet (HUN) – atomless mereological theory (ENG)

A (1)-(3), (11)-(15) axiómák segítségével tehát egymásra építhető mereológiai elméleteket hozhatunk létre. A köztük létező viszonyt a 1. ábrával szemléltethetjük.



1. ábra.

A partitív reláció kérdéseiről lásd még: [9]

2. Preferenciareláció

Georg Henrik von Wright tette az első hatásos kísérletet arra, hogy az ÉRTÉK kategóriájához kapcsolódó olyan fogalmakat, mint a JÓ, ROSSZ, PREFERENCIA, INDIFFERENCIA, ÉRTÉKEGYENLŐSÉG formális logikai eszközökkel írja le [11]. Von Wright logikai formalizmusának alapkategóriájául a PREFERENCIARELÁCIÓT választotta. A tárgyalási univerzumot azonban von Wrigth több szempontból is leszűkíti, melyek közül számunkra most az a fontos, hogy a preferenciákat világállapotokra vonatkoztatjuk.[1] Kijelenthetjük továbbá, hogy egy adott preferenciakinyilatkoztatás adott személyre, adott alkalommal érvényes, és elméletileg, illetve gyakorlatilag egyaránt előfordulhat, hogy más személy ugyanazon alkalommal, illetve ugyanaz a személy más alkalommal eltérő preferenciákat fogalmaz meg. Éppen ezért a preferenciareláció (PREF) formális leírásakor négy argumentumot kell felvennünk. Az összekapcsolt négy relátum közül:

- kettő az összekapcsolt világállapotokra (a p és a q argumentum),
- egy a preferenciát kinyilvánító személyre (az a argumentum), míg
- egy a kinyilatkoztatás alkalmára (az o argumentum)

utal. Ezek alapján a preferenciarelációt az alábbi formában írhatjuk le:

(PvWa_a0) $\mathrm{PREF}(x,y,a,o)$

Utóbbi kettő argumentumot azonban az egyszerűbb tárgyalásmód kedvéért a továbbiakban elhagyjuk, így a preferenciarelációt a következőképpen jelöljük:

(PvWa_a0') $\mathrm{PREF}(x,y)$

A tárgyalási univerzum határainak tisztázása után, a következő lépésben meg kell adnunk a preferenciareláció tulajdonságait. Ehhez megint von Wrighthez fordulhatunk, aki 5 axiómából álló elméletet állít fel a preferenciareláció definiálására. Először két relációalgebrai tulajdonság (az aszimetrikusság és a tranzitivitás) tételezésével a preferenciarelációt a SZIGORÚ RENDEZÉSI RELÁCIÓ egyik típusának minősíti.[2] Ezután pedig a preferenciarelációra megállapít három ekvivalenciát, melyek segítségével transzformációs (konjunkciós, disztribúciós, amplifikációs) műveletek végezhetők el. Az öt axióma formulája a következő:

(PvWa_a1) $\mathrm{PREF}(x,y) \rightarrow \neg\mathrm{PREF}(y,x)$

(PvWa_a2) $\mathrm{PREF}(x,y) \wedge \mathrm{PREF}(y,z) \rightarrow \mathrm{PREF}(x,z)$

(PvWa_a3) $\mathrm{PREF}(x,y) \leftrightarrow \mathrm{PREF}(x \wedge y, \neg x \wedge y)$

(PvWa_a4) $\mathrm{PREF}(x \vee y, z \vee w) \leftrightarrow \mathrm{PREF}(x \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge z) \wedge$
$\mathrm{PREF}(x \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge w) \wedge \mathrm{PREF}(y \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge z) \wedge$
$\mathrm{PREF}(y \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge w)$

[1] Von Wright szerint lehetne még objektumokra, eszközökre, illetve cselekedetekre vonatkozó preferenciákról beszélni, de ezek mind visszavezethetők a világállapotokra irányuló preferenciákra.

[2] A preferenciareláció további tulajdonsága az irreflexivitás is, ami a reláció aszimmetrikus voltából következik.

(PvWa_a5) $\text{PREF}(x,y) \leftrightarrow \text{PREF}(x \wedge z, y \wedge z) \wedge \text{PREF}(x \wedge \neg z, y \wedge \neg z)$

Az axiómák rendre a következőket jelentik: a PREF reláció aszimmetrikus (a1), tranzitív (a2), és érvényes a konjunkció (a3), a disztribúció (a4) és az amplifikáció (a5).

A preferenciareláció axiómái alapján már meghatározható a JÓ (GOOD) és a ROSSZ (BAD) fogalma is. Mivel von Wright a preferenciát a világállapotokra vonatkoztatva definiálta, ezért ebben az elméletben a jó és rossz kategóriája is (világ)állapotokra vonatkozóan érvényes. A jó (állapot) így tehát az az állapot, amely feltétel nélkül preferált saját ellentétével szemben, míg a rossz (állapot) az, amelynek az ellentéte feltétel nélkül preferált magával szemben. A meghatározások megfelelő formulái:

(PvWa6) $\text{PREF}(\text{GOOD}, \neg\text{GOOD})$

(PvWa7) $\text{PREF}(\neg\text{BAD}, \text{BAD})$

A preferenciarelációra támaszkodva von Wright még további két fontos relációt határoz meg: az INDIFFERENCIA (INDIFF), illetve az ÉRTÉKEGYENLŐSÉG (EQVALUE) relációkat. Az indifferencia reláció (INDIFF) azt fejezi ki, hogy két állapot egyike sem preferált a másikkal szemben, amit az alábbi módon fejezhetünk ki:

(PvWa8) $\text{INDIFF}(x,y) \leftrightarrow \neg\text{PREF}(x,y) \wedge \neg\text{PREF}(y,x)$

Az értékegyenlőség reláció (EQVALUE) definiálásához – a preferenciareláció meghatározásához hasonlóan – több axiómára is szükség van:

(PvWa9) $\text{EQVALUE}(x,y) \rightarrow \text{EQVALUE}(y,x)$ EQVALUE

(PvWa10) $\text{EQVALUE}(x,y) \wedge \text{EQVALUE}(y,z) \rightarrow \text{EQVALUE}(x,z)$ EQVALUE

(PvWa11) $\text{EQVALUE}(x,y) \leftrightarrow \text{EQVALUE}(x \wedge \neg y, \neg x \wedge y)$

(PvWa12) $\text{EQVALUE}(x \vee y, z \vee w) \leftrightarrow \text{EQVALUE}(x \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge z) \wedge$
$\text{EQVALUE}(x \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge w) \wedge \text{EQVALUE}(y \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge z) \wedge$
$\text{EQVALUE}(y \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge w)$

(PvWa13) $\text{EQVALUE}(x,y) \leftrightarrow \text{EQVALUE}(x \wedge z, y \wedge z) \wedge \text{EQVALUE}(x \wedge \neg z, y \wedge \neg z)$

A fenti formulák az ÉRTÉKEGYENLŐSÉGI reláció szimmetrikusságát (a9), tranzitivitását (a10), illetve a disztribúció (a12), a konjunkció (a11) és az amplifikáció (a13) érvényességét fejezik ki,és a fenti öt formula fennállása – von Wrgiht intuíciója szerint – szükséges és elégséges feltétel a reláció meghatározásához.

Von Wright preferenciák logikájáról szóló elméletére többen (bár nem túl sokan) reagáltak. Más szerzők nem tudtak teljesen azonosulni a von wrighti intuíciókkal, más axiómákat tartottak meghatározónak. Roderick M. Chisholm és Ernest Sosa alternatív formalizmust dolgozott ki von Wright formuláihoz képest [1, 2].

(PCS1) $\text{PREF}(x,y) \rightarrow \neg\text{PREF}(y,x)$ PREF

(PCS2) $[\neg\text{PREF}(x,y) \wedge \neg\text{PREF}(y,z)] \rightarrow \neg\text{PREF}(x,z)$ PREF

(PCS3) $[(\neg\text{PREF}(x,\neg x) \wedge \neg\text{PREF}(\neg x,x)) \wedge (\neg\text{PREF}(y,\neg y) \wedge \neg\text{PREF}(\neg y,y))] \rightarrow$
$[\neg\text{PREF}(x,y) \wedge \neg\text{PREF}(y,x)]$

(PCS4) $[\neg\text{PREF}(y,\neg y) \wedge \neg\text{PREF}(\neg y,y) \rightarrow \text{PREF}(x,y)] \rightarrow \text{PREF}(x,\neg x)$

(PCS5) $[\neg\mathrm{PREF}(y,\neg y)\wedge\neg\mathrm{PREF}(\neg y,y)]\rightarrow\mathrm{PREF}(y,\neg x)\rightarrow\mathrm{PREF}(x,\neg x)$

A fenti formulákat csak az első két esetben tudjuk a „szokásos módon” értelmezni (a preferenciareláció aszimmetrikus és tranzitív – az 1. és 2. formulák szerint), míg Chishol és Sosa további három formulájára nincs széles körben elterjedt megnevezés, ami megint csak azt mutatja, hogy az axiomatizálás még mindig nem tudott konszenzus közeli állapotba kerülni a szakterület alapfogalmainak definiálásában.

Bengt Hansson – részben – új relációkat bevezetve először megmutatta, hogy von Wright, illetve a Chisholm és Sosa által lefektetett elmélet túl erős, és a preferenciareláció mindennapi használatával kapcsolatos intuíciónknak több ponton ellentmondó következményei vannak. Ezért B. Hansson gyengébb axiómákat vezetett be, bár tanulmánya végén ezekre vonatkozóan is érvényesnek tartotta azt az elvárását, hogy a preferenciák logikájának kidolgozásához talán erősebb logikai nyelvre lehet szükség [6, 7].

B. Hansson az axiómáiban nem a preferenciarelációt, hanem egy rendezési relációt vesz alapul, melyekre előbb megállapít két rendezési (az 1-es és 2-es állításokat), illetve két disztribúciós axiómát (a 3-as és 4-es állításokat):

(PBH1) $[P(x,y)\wedge P(y,z)]\rightarrow P(x,z)$

(PBH2) $P(x,y)\vee P(y,z)$

(PBH3) $P(x,y)\wedge P(x,z)]\rightarrow P(x,y\vee z)$

(PBH4) $P(x,z)\wedge P(y,z)]\rightarrow P(x\vee y,z)$

Georg Henrik von Wright 1963-as könyvével kapcsolatban megjelent kritikák, alternatív formalizálási kísérletek után újra elővette a preferenciák problémakörét, és 1972-ben részben újraformálta elméletét [12]. Saját értékelése szerint nem is annyira a kritikákat fogadta meg, mint saját maga törekedett egyfelől a kérdések egyértelműsítsére, másfelől a válaszok egyszerűsítésére.

Tanulmányában von Wright először felsorolja azokat a kérdéseket, amelyeket minél pontosabban tisztázni kell egy preferencialogika kidolgozásakor, majd megállapítja, hogy nem igazán arra lát esélyt, hogy ki lehessen dolgozni egy széles körben elfogadott elméletet, mint inkább arra, hogy a különböző intuíciók mentén bár szabatos, de párhuzamos értelmezések alakulhassanak ki. Von Wright újra megpróbálkozik a preferencia fogalmának formalizálásával, de ezt a kísérletet már nem mutatjuk be. Az értékek és preferenciarendezések formális leírásának tárgyalását Nicholas Rescher értékelésével zárjuk elfogadva azt a megállapítását [8], miszerint a preferenciarendezés logikai meghatározásához még további elemzések szükségesek, hogy valamiféle konszenzust lehessen találni a preferenciák legfontosabb tulajdonságaira vonatkozóan. A konszenzuskeresés jegyében Rescher egyfelől definiál pár mértéket, melyek segítségével minősíteni lehet a preferenciák definiálásakor rögzített axiómákat, másfelől egy táblázatba összegyűjtve a különböző szerzők formuláit, áttekinthetővé, és ezáltal könnyebben összehasonlíthatóvá, értékelhetővé teszi az egyes szerzők egymástól különböző megközelítéseit.[3]

[3]Rescher von Wright és a Chisholm-Sosa páros elmélete mellett harmadikként egy Martin nevű szerző formuláit is elemzi.

no	preferencia axióma	W	CS	M	$P^{\#}$	P^{*}	P^{10}
1	$P(x,y) \to \neg P(y,x)$	i	i	i	+	+	+
2	$P(x,y) \wedge P(y,z) \to P(x,z)$	i	i	i	+	+	+
3	$P(x,y) \to P(\neg y, \neg x)$		x	i	(+)	+	+
4	$P(\neg y, \neg x) \to P(x,y)$		x	i	(+)	+	+
5	$P(x,y) \to P(x \wedge \neg y, \neg x \wedge y)$	i	x		+	+	+
6	$P(x \wedge \neg y, \neg x \wedge y) \to P(x,y)$	i	x		+	+	+
7	$(\neg P(x, \neg x) \wedge \neg P(\neg x, x) \wedge \neg P(y, \neg y)$ $\wedge \neg P(\neg y, y)) \to (\neg P(x,y) \wedge \neg P(y,x))$	i	i		+	+	+
8	$(\neg P(y, \neg y) \wedge \neg P(\neg y, y) \wedge P(\neg x, y))$ $\to P(x, \neg x)$		i		+	+	-
9	$(\neg P(y, \neg y) \wedge \neg P(\neg y, y) \wedge P(y, \neg x))$ $\to P(x, \neg x)$		i		+	+	-
10	$P(x,y) \to (P(x \wedge z, y \wedge z) \wedge$ $P(x \wedge \neg z, y \wedge \neg z))$	i			-	-	+
11	$(P(x \wedge z, y \wedge z) \wedge P(x \wedge \neg z, y \wedge \neg z)$ $\to P(x,y))$	i			(+)	(+)	+
12	$(\neg P(x,y) \wedge \neg P(y,z)) \to \neg P(x,z)$		i		+	+	-
13	$(P(x,z) \vee P(y,z)) \to P(x \vee y, z)$			i	-	-	-
14	$P(x \vee y, z) \to (P(x,z) \wedge P(y,z))$	i			-	-	-
15	$(P(x,z) \wedge P(y,z)) \to P(x \vee y, z)$	i			-	-	-
16	$P(x \vee y, z) \to (P(x,z) \vee P(y,z))$				-	-	-
17	$P(x, y \vee z) \to (P(x,y) \wedge P(x,z))$	i		i	-	-	-
18	$(P(x,y) \wedge P(x,z)) \to P(x, y \vee z)$	i			-	-	-
19	$(P(x,z) \wedge P(y,z)) \to P(x \wedge y, z)$				-	-	-
20	$P(x \wedge y, z) \to (P(x,z) \wedge P(y,z))$				-	-	-
21	$P(x, y \wedge z) \to (P(x,y) \wedge P(x,z))$				-	-	-
22	$(P(x,y) \wedge P(x,z)) \to P(x, y \wedge z)$				-	-	-
23	$P(\neg(\neg x \wedge \neg y), \neg(\neg z \wedge \neg w)) \to$ $(P(x \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge z) \wedge$ $P(x \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge w) \wedge$ $P(y \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge z) \wedge$ $P(y \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge w))$	i					
24	$(P(x \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge z) \wedge$ $P(x \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge w) \wedge$ $P(y \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge z) \wedge$ $P(y \wedge \neg z \wedge \neg w, \neg x \wedge \neg y \wedge w)) \to$ $P(\neg(\neg x \wedge \neg y), \neg(\neg z \wedge \neg w))$	i					

3. A kommunikációs igék tartomány

- Gyarmathy Zsófia, Héja Enikő, Mittelholz Iván, Simonyi András, Szeredi Dániel, Varasdi Károly: *A magyar nyelv lexikai sajátosságaira épülő formális általános ontológia*, 2006 május [5]

- Gyarmathy Zsófia, Szeredi Dániel: *A kommunikációs fogalmak jelentésreprezentá-*

ciójának egy modellje, 2006 május [3]

4. A mozgásigék tartománya

- Gyarmathy Zsófia, Szeredi Dániel: *A mozgás domain*, 2006. november [4]
- Gyarmathy Zsófia, Héja Enikő, Mittelholz Iván, Simonyi András, Szeredi Dániel, Varasdi Károly: *A magyar nyelv lexikai sajátosságaira épülő formális általános ontológia*, 2006 május [5]

5. A kognitív (propozicionális) attitűdök tartománya

- Gyarmathy Zsófia, Héja Enikő, Mittelholz Iván, Simonyi András, Szeredi Dániel, Varasdi Károly: *A magyar nyelv lexikai sajátosságaira épülő formális általános ontológia*, 2006 május [5]

6. Az érzelmi fogalmak tartománya

- Gyarmathy Zsófia, Héja Enikő, Mittelholz Iván, Simonyi András, Szeredi Dániel, Varasdi Károly: *A magyar nyelv lexikai sajátosságaira épülő formális általános ontológia*, 2006 május [5]

Hivatkozások

[1] R.M. Chisholm – E. Sosa: Intrinsic preferability and the problem of supererogation. 16. évf. (1966), *Synthese*, 321–331. p.

[2] R.M. Chisholm – E. Sosa: On the logic of intrinsically better. 1966. évf. (1966) 3. sz., *American Philosophical Quarterly*, 244–249. p.

[3] Gyarmathy Zsófia – Szeredi Dániel: A kommunikációs fogalmak jelentésreprezentációjának egy modellje. In Alexin Zoltán – Csendes Dóra (szerk.): *IV. Magyar Számítógépes Nyelvészeti Konferencia* (konferenciaanyag). Szeged, 2006, SZTE, 354–356. p.

[4] Gyarmathy Zsófia – Szeredi Dániel: A mozgás domain. Jelentés, 2006, MEO. URL `http://ontologia.hu/meo/docs/microtheo/mozgas`.

[5] Gyarmathy Zsófia – Héja Enikő – Mittelholz Iván – Simonyi András – Szeredi Dániel – Varasdi Károly: A magyar nyelv lexikai sajátosságaira épülő formális általános ontológia. Jelentés, 2006, MEO.
URL `http://ontologia.hu/Members/varasdi/MEO_jelrep00601.pdf/download`.

[6] B. Hansson: Choice structures and preference relations. 18. évf. (1966), *Synthese*, 443–458. p.

[7] B. Hansson: Fundamental axioms for preference relations. 18. évf. (1966), *Synthese*, 423–442. p.

[8] N. Rescher: *Introduction to Value Theory*. 1969, Prentice Hall, Englewood Cliffs.

[9] Simonyi András: Mereológia. Jelentés, 2006, MEO.
URL `http://ontologia.hu/meo/docs/microtheo/simonyi_part`.

[10] A. Varzi: Parts, wholes, and part-whole relations: The prospects of mereotopology. 20. évf. (1996), *Data & Knowledge Engineering*, 259–286. p.

[11] G.H. von Wright: *The Logic of Preference*. Edinburgh, 1963, Edinburgh University Press.

[12] G.H. von Wright: The Logic of Preference Reconsidered. 1972. évf. (1972) 3. sz., *Theory and Decision*, 140–169. p.